

## ЕФЕКТЪТ НА ДЖОЗЕФСОН И ПРИЛОЖЕНИЕТО МУ В СЪВРЕМЕННАТА ЕЛЕКТРОНИКА

Елисавета Семерджиева

ПУ-Филиал „Любен Каравелов”, 6600 Кърджали, България

[elisaveta\\_s@abv.bg](mailto:elisaveta_s@abv.bg)

## THE JOSEPHSON EFFECT AND ITS APPLICATION IN MODERN ELECTRONICS

Elisaveta Semerdzhieva

“Lyuben Karavelov” branch of PU, 6600 Kardzhali, Bulgaria

[elisaveta\\_s@abv.bg](mailto:elisaveta_s@abv.bg)

### ABSTRACT

A brief overview of theories related to the quantum Josephson effect – spanning from the first work on this subject to modern scientific research with theoretical and practical focus. Described here is the stationary and non-stationary Josephson effect as well as current mathematical models of Josephson junctions, which present an interest to researchers from a theoretical and practical perspective. Featured in this paper are modern research methods of testing for resistance to Josephson vortices and the author’s own results from numerical modeling of critical dependencies of the "current-magnetic field" type. There is a discussion of Superconducting Quantum Interference Device (SQUID) and their unique application possibilities in superconducting electronics. Rapid Single Flux Quantum(RSFQ)-devices and trends in their use for the technology of a superconducting quantum computers are presented.

*Key words:* Josephson effect, bifurcation, critical curve, superconducting quantum interference device, quantum computer

### 1. Въведение

Ефектът на Джозефсон е квантово явление, което стои във фокуса на съвременните теоретични и експериментални изследвания. Перспективите за неговото приложение във високите технологии са необятни и интересни за изучаване. За съжаление, поради ред причини, тези въпроси убягват от научните интереси на българските учени. Ограничена е и учебната литература, свързана с теорията и приложението на Джозефсоновия ефект, необходима за българското висше образование.

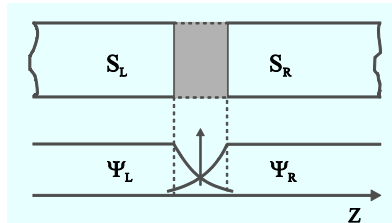
*Основна цел* на настоящата работа е да представи: кратък обзор на теории, свързани с квантовия ефект на Джозефсон – от първата работа до съвременни научни изследвания с теоретична и практическа насоченост; авторски резултати, свързани с числено моделиране критични криви на джозефсонови контакти; основни приложения на ефекта в модерната свръхпроводяща електроника.

### 2. Стационарен и нестационарен ефект на Джозефсон

Ефектът на Джозефсон – едно от най-ярките макроскопични квантови явления е теоретично предсказан през 1962 г. от 22-годишния английски физик Брайан Джозефсон, за което постижение след 11 години той е удостоен с Нобелова награда. Скоро ефектът е експериментално потвърден от Андерсон и Роуел и от руските физици И. К. Янсон, В. М. Свистунов и И. М. Дмитренко, които за пръв път са наблюдавали така нареченото джозефсоново генериране. Откритието на ефекта оказва съществено влияние върху развитието на фундаменталните представи за макроскопичните квантови системи и практическото приложение на свръхпроводниците.

Следвайки работа [1] ще представим кратка теория за стационарния и нестационарен ефект на Джозефсон. Физичните устройства, в които се наблюдава ефектът на Джозефсон, се

наричат джозефсонови контакти (ДК). В своя най-прост вид ДК е „сандвич“ от два свръхпроводника, разделени от тънък диелектричен слой (десетки ангстрьома). Нека  $S_L$  и  $S_R$  са два свръхпроводника, разположени на разстояние един от друг (фиг.1). В този случай фазите на вълновите функции могат да се изменят независимо. Ако разстоянието между тях се намали до около 10-15 ангстрьома възниква джозефсоново тунелиране на куперови двойки и корелация между фазите на свръхпроводниците  $S_L$  и  $S_R$ . В теорията на Бардин, Купър и Шрифър куперовите двойки обединяват два електрона с противоположни спинове и импулси и следователно имат нулев сумарен спин. За разлика от нормалните електрони, които имат спин  $\frac{1}{2}$  и се подчиняват на статистиката на Ферми-Дирак, куперовите двойки се подчиняват на статистиката на Бозе-Айнщайн. Характерна тяхна особеност е относително големият им размер (от порядъка на  $1\mu\text{m}$ ), малко превишаващ разстоянието между двойките. Такова пространственото препокриване показва, че Бозе-кондензатът е кохерентен и може да се опише съгласно квантовата физика с единна вълнова функция  $\psi = \sqrt{\rho}e^{i\varphi}$  с фаза  $\varphi$ . Във формулата с  $\rho$  е означена плътността на куперовите двойки.



Фиг. 1

Разгледаната система от два свръхпроводника, с тънък диелектричен слой помежду им, има поведението на един свръхпроводник, а явлението се нарича „слаба свръхпроводимост“. Нека означим с  $\psi_R$  и  $\psi_L$  макроскопичните вълнови функции на куперовите двойки в десния и левия свръхпроводник, а с  $\varphi_R$  и  $\varphi_L$  - съответните им фази

$$\psi_L = \sqrt{\rho_L}e^{i\varphi_L}, \quad \psi_R = \sqrt{\rho_R}e^{i\varphi_R}. \quad (1)$$

С  $E_R$  и  $E_L$  означаваме енергиите на основните състояния на  $S_R$  и  $S_L$ , при това  $E_L - E_R = 2eV$  ( $V$  – напрежение между свръхпроводниците). Тогава изменението на състоянието на разглежданата система с времето се описва с уравнението на Шрьодингер:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_R}{\partial t} = -eV\psi_R + K\psi_L, \quad i\hbar \frac{\partial \psi_L}{\partial t} = eV\psi_L + K\psi_R \quad (2)$$

Тук  $K$  е амплитуда – мярка за взаимодействието между двата свръхпроводника, зависи от формата на електродите, дебелината на бариерния слой и др. Заместваме (1) в (2) и отделяме реалните и имагинерните части на уравненията. Така получаваме:

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} = \frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_L \rho_R} \sin \varphi, \quad \frac{\partial \rho_R}{\partial t} = -\frac{2}{\hbar} K \sqrt{\rho_L \rho_R} \sin \varphi \quad \text{и} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi_L}{\partial t} = \frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_R}} \cos \varphi + \frac{eV}{\hbar}, \quad \frac{\partial \varphi_R}{\partial t} = \frac{K}{\hbar} \sqrt{\frac{\rho_R}{\rho_L}} \cos \varphi - \frac{eV}{\hbar}, \quad (4)$$

където  $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$  е джозефсоновата фаза. Ако положим  $\rho_L = \rho_R = \rho$  за плътността на джозефсоновия ток  $j = \frac{\partial \rho_L}{\partial t} = -\frac{\partial \rho_R}{\partial t}$  получаваме:

$$j = j_c \sin \varphi, \quad j_c = \frac{2K}{\hbar} \rho. \quad (5)$$

От уравнения (4) се извежда следната важна зависимост:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} V = \frac{2\pi}{\Phi_0} V. \quad (6)$$

Магнитният поток, създаден от свръхпроводящия ток се квантува - заема строго определени стойности кратни на елементарния квант на потока  $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,071 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ .

Намерените уравнения (5) и (6) са математични изрази съответно на стационарния и нестационарен Джозефсонов ефект. Когато през ДК не протича ток, джозефсоновата фаза  $\varphi = 0$ , а при протичане на максимален свръхток -  $\varphi = \pi/2$ . При стойности на джозефсоновия ток  $j < j_c$  напрежението на контакта е равно на нула. Това явление се нарича *стационарен ефект на Джозефсон*. В своята работа [8] Джозефсон е прогнозирайл, че в областта на диелектричния слой ще интерферират кохерентни токове, излизащи от двата свръхпроводника, както светлинните вълни от два кохерентни източника.

*Нестационарният ефект на Джозефсон* ( $\partial \varphi / \partial t \neq 0$ ) се наблюдава тогава, когато  $j > j_c$ . В този случай освен свръхтока  $j_s$  ще има и нормална компонента  $j_n$ , определена от концентрацията на нормалните електрони -  $j = j_s + j_n$ . Протичането на нормална, а следователно и дисипативна компонента на тока, обуславя появата на напрежение  $V$  върху ДК. Ако към контакта се приложи постоянно напрежение  $V$ , то той започва да генерира променлив ток с честота  $\omega = \frac{2e}{\hbar} V$  - *джозефсонова генерация*.

### 3. Числено моделиране на критични криви на джозефсонови контакти..

През последните години особен интерес за изследване представляват ДК с променлива геометрия, в частност с *експоненциално изменяща се ширина* (EJ) [3,6,9,10], контакти *съдържащи неоднородност в бариерния слой* [4,5], както и *ДК с фазово отместване* [7]. Приближен метод за решаване на задачата за протичане на ток в контакти с променлива геометрия предлагат Джонсън, Бароне и Вальо [2]. Бенабдалах, Капуто и Скот извеждат модифицирано уравнение на Гордон за контакт с експоненциално изменяща се ширина [3]. По-късно чрез трансформация на координатите е установено съответствие между класическите Джозефсонови контакти с променлива ширина и квазиедномерни контакти с променлива дебелина на бариерния слой [4].

В настоящата работа ще разгледаме in line ДК с експоненциално изменяща се ширина  $W = W_0 \exp(-\sigma x)$  и токова инжекция в краищата му. С  $W_0$  е означена ширината на контакта в началото на координатната система. Коефициентът  $\sigma$  е безразмерен параметър на формата. *Статичният математичен модел* на такъв ДК се задава чрез следната гранична задача:

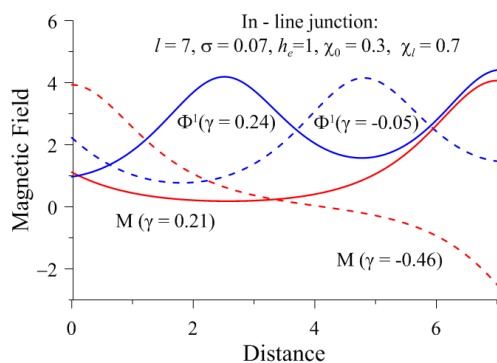
$$-\varphi_{xx} + \sigma \varphi_x + \sin \varphi - \sigma h_e = 0, \quad \varphi_x(0) = h_e - \chi_0 l \gamma, \quad \varphi_x(l) = h_e - \chi_l l \gamma. \quad (7)$$

В модифицираното уравнение на Гордон пространствената координата  $x$  е нормирана спрямо джозефсоновата дълбочина на проникване  $\lambda_J$ , а времето  $t$  - спрямо плазмената честота. Функцията  $\varphi(x)$  може да се интерпретира като безразмерен магнитен поток в ДК, а  $\varphi_x(x)$  - като безразмерен интензитет на магнитното поле. Освен  $\sigma$ , геометрични параметри на ДК са безразмерната дължина  $l$  и коефициентите  $\chi_0$  и  $\chi_l$ , които задават частта от инжекционния ток  $\gamma$  в двата края на контакта посредством условието  $\chi_0 + \chi_l = 1$ . Външното магнитно поле, което влияе върху джозефсоновите вихри, е означено с  $h_e$ .

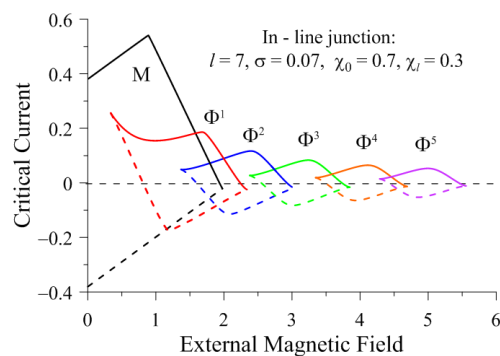
*Метод на изследване:* При численото моделиране на зависимости от вида „критичен ток - магнитно поле” е използвана идеята, че прехода на ДК от свръхпроводящ в резистивен режим, математически се описва като бифуркация на решенията  $\varphi(x)$  на граничната задача при изменение параметрите на модела. За изчисляване на бифуркационни точки е приложен алгоритъм, базиращ се на *непрекъснатия аналог на метода на Нютон*. Системата от

граничната задача, задачата на Щурм - Лиувил (ЗЩЛ) и условието за нормировка  $\int_0^l \psi^2(x) dx = 1$  се решават като единна нелинейна система относно  $\varphi(x,p)$ ,  $\psi(x,p)$  и един от параметърите на модела, например  $h_e$ . Минималната собствена стойност на ЗЩЛ се счита зададена, в частност равна на нула, а останалите величини от параметричното многообразие са известни и фиксирани.

*Дискусия:* На фиг. 2 са представени получените по числен път устойчиви решения ( $\Phi^1$  – основен флуксон,  $M$  – Мейснерово решение) за ДК с in line геометрия при фиксирани стойности на геометричните параметри съответно: дължина  $l = 7$ , параметър на формата  $\sigma = 0.07$  и коефициенти  $\chi_0 = 0.3$ ,  $\chi_l = 0.7$ . Резултатите са от числени експерименти при външно магнитно поле  $h_e = 1$  и различни стойности на инжекционния ток  $\gamma$ . Илюстрирано е влиянието на посоката на тока върху локацията на джозефсоновите вихри.



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 3 са представени числено моделирани бифуркационни криви на няколко първи устойчиви разпределения на магнитния поток в ДК с различна пропускливост на инжекционния ток в двата края на прехода. Плътните линии съответстват на положителен, а пунктирните – на отрицателен ток  $\gamma$ . Ясно забележим е *ротационният ефект на бифуркационните криви*, регистриран и при числени експерименти с токова инжекция в единия край на ДК [4]. *Критичната крива се изгражда като обвивка на бифуркационните криви т.е. от тези техни части, които имат най-голям по модул критичен ток при фиксирано външно магнитно поле.*

#### 4. Съвременни приложения на ДК в свръхпроводящата електроника

Джозефсоновата фаза  $\varphi$  е тясно свързана с потока на магнитното поле през свръхпроводящ пръстен съдържащ джозефсонов елемент. Експериментите показват, че максималният свръхпроводящ ток с плътност  $j_c$  немонотонно зависи от стойността на магнитния поток, проникващ в контакта – *макроскопична квантова интерференция*. Критичният ток периодично се променя и става нула, когато потокът е равен на цяло число кванти  $\Phi_0$ . Тази зависимост има оптичен аналог – зависимост на интензитета на светлината от разстоянието при дифракция от процеп. Особено ярко кохерентните свойства на свръхпроводящото състояние се проявяват при включване в контура на два ДК, когато критичния ток се нулира при полуцяло число кванти на магнитния поток. Описаното явление стои в основата на интересни и важни устройства *SQUID* – *свръхпроводящи квантови интерферометри* (от английското наименование Superconducting Quantum Interference Device). Свръхпроводящият ток се разделя на две части, всяка от които минава през джозефсонов преход, след което те се суперпозират. Разликата във фазите при това се изменя посредством външно магнитно поле, което позволява да се измери неговия поток. Ако се фиксира стойност на инжекционен ток с плътност  $j > j_c$  свръхпроводимостта на слабата

връзка се разрушава и включен към устройството волтметър отчита пад на напрежение. Тогава изменението на потока със стотни и дори хилядни от квант-магнитния поток  $\Phi_0$  води до достатъчно голямо напрежение, пропорционално на външното магнитно поле. Чувствителността към магнитния поток достига до  $(10^{-5}-10^{-6})\Phi_0$ . Използвайки преобразуватели на физични величини в поток на магнитното поле, се конструират различни измерители на ток, напрежение, температура и т.н.

Най-големите *предимства* на SQUID пред други измерители на магнитни полета са тяхната *свръхчувствителност и възможност за безконтактни измервания*, което намира приложение в съвременната медицина: магнитокардиография и магнитоенцефалография. Магнитокардиограф конструиран чрез SQUID позволява да се направи кардиограма на сърцето на бебе в майчината утроба. Модерните многоканални томографи имат голяма чувствителност и дават детайлна информация за картината на магнитното поле и пространствената локация на неговите източници в мозъка на човека и животните.

В геофизиката с помощта на SQUID – магнитометри може да се направи геоложко изследване от самолет или спътник, да се изучат вулканични изригвания и дори предскажат земетресения.

Днес се разработва нова технология за създаване на цифрови устройства, изградена на базата на ДК - *rapid single flux quantum (RSFQ) logic*. Носители на логическата информация в тези устройства са квант магнитния поток  $\Phi_0$  и съответното му импулсно напрежение генерирано от ДК. Наличието на квант  $\Phi_0$  на входа на логическото устройство съответства на логическа единица, а липсата на магнитен квант означава задаване на логическа нула. Тактовата честота на RSFQ устройства достига до 1-2 THz, а загубата на енергия  $10^{-18}$ J/b (5 пъти по-малка от полупроводниковите устройства).

Наноструктурираната джозефсонова електроника е подходяща за създаване на *свръхбързи квантови компютри*. На основата на решетки от ДК може да бъде създаден нов тип компютърна памет, която да е изградена не на базата на традиционната логика, а с използване на асоциативна, разпределена по цялата структура памет, подобно на невронните мрежи на живите организми.

## 5. Заключение

Направен е кратък обзор на теории, свързани с квантовия ефект на Джозефсон – от първата теоретична работа до съвременни изследвания за приложението му в свръхпроводящи компютри и свръхчувствителни магнитометри. Представени са резултати от числено моделиране на критични зависимости от вида „ток-магнитно поле“ за ДК с експоненциално изменяща се ширина и двуточкова инжекция. Бифуркационният анализ показва ротационен ефект на критичните криви за отделните Джозефсонови вихри, зависещ от стойностите на геометричните параметри на модела. Направената богата библиографска справка за ефекта на Джозефсон и описаната кратка теория за същността на явлениято и неговото приложение ще бъдат използвани за образователни цели при обучението по физика в ПУ-филиал „Л. Каравелов“, гр. Кърджали.

## Литература:

1. Barone, A., Патерно, Дж. (1984). *Эффект Джозефсона: физика и применения*. М., Мир
2. Barone, A., Johnson, W.J. and Vaglio, R. (1975). Current fion in large Josephson junctios, J.Appl. Phys. 46, 3628 – 3633
3. Benabdallah, J.G. Caputo, and A.C. Scott, (1996). Exponentially trapped Josephson flux-flow oscillator. *Phys. Rev. B*, 54 (2), 16139\_16146
4. Boyadjiev, T.L., Semerdjieva E.G. and Shukrinov, Yu.M. (2008). Equivalent Josephson Junctions. *Technical Physics*, 78, 9-15

5. Caputo, J. G., Loukitch, L. (2011). Inhomogeneous parallel arrays of Josephson junctions. *Physica C*, 471, 344–356
6. Carapella G., Martucciello N., and Costabile, G. (2002). Experimental investigation of flux motion in exponentially shaped Josephson junctions. *Phys. Rev. B*, 66, 134531
7. Goldobin, E., Koelle, D. and Kleiner. R. (2002). Semifluxons in long Josephson  $0-\pi$  junctions. *Phys. Rev. B*, 66, 100508
8. Josephson B.D. (1962). Possible New Effect in Superconductive Tunneling. *Phys. Lett. 1*, 251
9. Monica De Angelis, (2012). On exponentially shaped Josephson junctions. *Acta Applicandae Mathematicae*. 122 (1), 179-189
10. Semerdjieva E.G., Boyadjiev T.L., and Shukrinov Yu.M. (2004). Static vortices in long Josephson contacts of exponentially varying width. *Low Temp. Phys*, 30 (6), 610-618